

Zu den Atommassen

Dr. sc. Petra Schopf

15. Dezember 2015

1 Einleitung

In [1] hatten wir ein auf der Schwarzschild-Raumzeit beruhendes Atommodell entwickelt. In dieser kurzen Notiz entwickeln wir ein daraus folgendes Modell zu den Massen der Atomkerne. Dabei werden wir feststellen, daß sich die Atommassen der Elemente stückweise linear nach ihrer Elementennummer entwickeln. Es wird auch gezeigt worin nicht lineare Veränderungen begründet sind.

2 Zum Atommodell

Wir fassen hier einiges aus [1] kurz zusammen. Ein Atom, bestehend aus dem Atomkern und den Elektronen, wir als eine Schwarzschild-Raumzeit mit dem Zentrum im Atomkern angesehen. Die Elektronen sind (gebundene) Geodäten in dieser Schwarzschild-Raumzeit. Die Elektronen-Geodäten werden zu Schalen zusammengefaßt. Sämtliche Orbits der Geodäten einer Schale haben geometrisch die gleiche Kurve. Die Orbit-Kurven einer Schale sind eine Art stehende Welle. Zunächst sei erinnert, in [2] wurde gezeigt, daß die Orbits sämtlicher Elektronen-Geodäten in einer Ebene durch den Koordinatenursprung liegen. In [3] wurde dann gezeigt, daß diese Ebene die Äquatorialebene ist. Eine jede gebundene Geodäte hat die Eigenschaft der Periheldrehung. Für eine Elektronen-Geodäte endet der Orbit nach endlich vielen Periheldrehungen genau wieder im Startpunkt, das Orbit ist eine geschlossene (symmetrische) Kurve.

Die Anzahl l der Periheldrehungen einer Elektronen-Geodäte heißt **Frequenz** des Elektrons. Wenn δ die Periheldrehung ist, dann gilt

$$l \delta = 2\pi. \tag{1}$$

Wie in [1] hergeleitet ergibt sich aus der Geodätenanalyse von Chandrasekhar ([4]) für die Periheldrehung

$$\delta = \frac{2K(m)\sqrt{p} - \pi\sqrt{p - 6M + 2M\varepsilon}}{\pi\sqrt{p - 6M + 2M\varepsilon}} 2\pi. \tag{2}$$

Hierbei bedeuten

$$\begin{aligned} K(m) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha, \\ m^2 &= m^2(p, \varepsilon) = \frac{4M\varepsilon}{p - 6M + 2M\varepsilon}, \\ ds^2 &= -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2). \end{aligned} \tag{3}$$

Der letzte Ausdruck ist das Linienelement der Schwarzschild-Metrik in Kugelkoordinaten. Die beiden Parameter p und ε sind die beiden Parameter der elliptischen Bahn.

Mittels asymptotischer Betrachtungen fanden wir in [1], daß nicht alle Frequenzen möglich sind. Die Frequenz eines Elektron im Atatom hat die Form

$$l = 2 n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

3 Elektronen-Energie

Jede Geodäte (von Materieteilchen, d.h. im Unterraum $ds^2 \neq 0$) ist charakterisiert durch ihre Energie E , ihren Drehimpuls L und ihre Richtung ($\text{sign} dr/d\tau(0)$):

$$\begin{aligned} E &= \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \frac{dt}{d\tau}, \\ L &= r^2 \sin^2 \vartheta \frac{d\varphi}{d\tau}. \end{aligned} \quad (5)$$

Da die Elektronen-Geodäten gebundene Geodäten sind, ist $L^2 > 12M^2$ (siehe z.B. [4], [1]). Da folglich für Elektronen-Geodäten $L \neq 0$ kann die Bogenlänge (Eigenzeit) τ als Funktion von der Koordinate φ angesehen werden. Mit anderen Worten die Elektronen-Geodäten γ kann als nach φ parametrisierte angesehen werden. Wenn

$$\gamma_0 = \{(t(\varphi), r(\varphi), \pi/2, \varphi)\}, \quad (6)$$

so sind die restlichen Elektronen-Geodäten der Schale gegeben mit

$$\gamma_j = \{(t(\varphi + j\delta), r(\varphi + j\delta), \pi/2, \varphi)\}, \quad j = 1, 2, \dots, l - 1 \quad (7)$$

Zur asymptotischen Berechnung der Energie von Elektronen-Geodäten wird der Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow +0$ vollzogen. Mit anderen Worten wir approximieren den Orbit durch einen Kreis. Im Grenzwert ist der Ellipsenparameter p dann der Radius des Kreises und wir bezeichnen dann den Grenzwert mit r . Geometrisch ist der Wertevorrat für die Koordinate r durch die Potentialmulde des Potentials $V(r)$ bestimmt:

$$V(r) = \left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{2M}{r}\right). \quad (8)$$

Im Grenzfall $\varepsilon \rightarrow +0$ muß also der Radiuswert des Kreises im lokalen Minimum der Potentialkurve liegen. Folglich folgt hieraus ein Ausdruck $L^2 =$

$L^2(r)$, wobei r der Wert des Grenzwertes ist. Aus (1) und (2) folgt im Grenzfall $\varepsilon \rightarrow +0$ ein Ausdruck für den Radius r in Abhängigkeit von der Elektronen-Frequenz l . Das in die Potentialfunktion eingesetzt ergibt für den Grenzwert r_0 für $\varepsilon \rightarrow +0$

$$V(r_0) = \frac{2}{9} \frac{(3l^2 + 4l + 2)^2}{(2l^2 + 2l + 1)(l + 1)^2}. \quad (9)$$

Aus der Energiegleichung (siehe z.B. [4], [1])

$$E^2 = \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + V(r) \quad (10)$$

folgt dann im Grenzfall

$$E^2 = V(r_0) = \frac{2}{9} \frac{(3l^2 + 4l + 2)^2}{(2l^2 + 2l + 1)(l + 1)^2}. \quad (11)$$

4 Atomkern-Energie

Ein kurzer Blick auf das Periodensystem der Elemente. Wir betrachten die Elemente in der Reihenfolge ihrer Ordnungszahlen. Dann hat jedes Folgeelement genau eine Elektronen-Geodäte mehr. Dabei gilt nachfolgende Systematik der Schalenbildung und Belegung. Im Bildungsgesetz spielen die charakteristischen Zahlen $2, 8, 18, 32, \dots, 2n^2, \dots$ eine besondere Rolle.

- Die innerste 1. Schale kann maximal zwei Elektronen-Geodäten aufnehmen. Diese werden nacheinander aufgefüllt.
- Im nächsten Schritt wird die zweite Schale gebildet, die maximal acht Elektronen-Geodäten aufnehmen kann. Diese werden nacheinander aufgefüllt.
- Jetzt wird die dritte Schale mit maximal achtzehn Elektronen-Geodäten gebildet. Diese werden nacheinander bis zum Erreichen der zweiten charakteristischen Zahl, d.h. acht, aufgefüllt.
- Jetzt sind die beiden äußeren Schalen mit der charakteristischen Zahl acht belegt. Das führt im nächsten Schritt zur Neubildung einer Schale, d.h. die vierte. Diese vierte wird nacheinander bis zur ersten charakteristischen Zahl, d.h. zwei, aufgefüllt.

- Danach wird nach Innen geschaut, sind alle weiter innenliegende Schalen bereits bis zur dritten charakteristischen Zahl ausgefüllt. Das ist nicht der Fall. Von der innersten Schale beginnend, werden diese - wenn es seitens der maximalen Belegung möglich ist - bis zur dritten charakteristischen Zahl aufgefüllt.
- and so on

Allgemein kann man formulieren:

1. Die äußere n -te Schale wird - wenn zulässig - bis zur ersten charakteristischen Zahl gefüllt.
2. Dann wird nach inner geschaut. Von Innenbeginnend werden alle Schalen - wenn zulässig - von innen beginnend bis zur $(n - 1)$ -sten charakteristischen Zahl $2(n - 1)^2$ aufgefüllt.
3. Folgend wird die äußere n -te Schale bis zur zweiten charakteristischen Zahl $2 \cdot 2^2 = 8$ aufgefüllt.
4. Es wird die $(n + 1)$ -ste Schale gebildet. Der Zyklus beginnt von vorn. D.h. die neue äußere $(n + 1)$ -te Schale wird bis zur ersten charakteristischen Zahl - zwei - aufgefüllt and so on.

Aus energetischer Sicht. Beim Schritt von Ordnungszahl zu Ordnungszahl wird immer eine Energieeinheit irgendeiner Schale hinzugefügt. Das ist aber nicht immer eine Einheit der äußeren Schale, sondern auch weiter innenliegende. Somit nimmt die asymptotische Summenenergie der Elektronen-Geodäten nicht linear mit der Ordnungszahl zu. Mittels des beschriebenen Bildungsgesetzes und der mit (11) gegebenen asymptotischen Energiewert einer Elektronen-Geodät der entsprechenden Schale kann näherungsweise die Gesamtenergie der Elektronen-Geodäten eines Atoms bestimmt werden. Ein Atom ist im Normalfall eine stabile Einheit. Deshalb sollte der Atomkern die gleiche Energie - nur mit entgegengesetztem Vorzeichen - wie die Elektronen-Geodäten-Hülle haben. Die Energie ist der Masse proportional. Somit haben wir ein näherungsweise Bild der Atommassen. Die bekannten Atommassen zeigen genau dieses Bild, stückweise linear mit unterschiedlicher Länge und unterschiedlichem Anstieg.

Natürlich könnte man auf diesem Weg genaue asymptotische Werte für die einzelnen Elemente bestimmen. Das soll aber hier nicht Gegenstand sein.

5 Zusammenfassung

Unser in [1] entwickeltes relativistisches Atommodell gibt uns die Möglichkeit die Systematik der Atomkerngewichte zu interpretieren. Der Anstieg des

Atomgewichtes in Abhängigkeit von der Ordnungszahl ist stückweise linear und mit stückweise unterschiedlichem Anstieg.

Aus den Überlegungen des elektrischen Gleichgewichtes sind im Atomkern genau so viele Protonen wie Elektronen-Geodäten im Atom. Die durchgeführten Betrachtungen führen dazu, daß die Masse des Protonenkonglomerates nicht linear mit der Anzahl der Protonen zunimmt. Das scheint darauf hinzuweisen, daß die Masse (Energie) des Atomkernes von einer inneren Struktur abhängt.

6 Literaturverzeichnis

- [1] **Dr. sc. Petra Schopf**, Entwicklung eines relativistischen Atommodells, <http://www.drschopf.de/public/img/Atom.pdf>.
- [2] **Dr. sc. Petra Schopf, Dr. Siegfried Greschner**, About the Schwarzschild-Spacetime, <http://www.drschopf.de/public/img/Solar%20System.pdf>.
- [3] **Dr. sc. Petra Schopf**, Ein relativistisches Molekül-Modell, <http://www.drschopf.de/public/img/Molekuel.pdf>.
- [4] **Subrahmanyan Chandrasekhar**, The mathematical theory of black holes, Oxford University Press, 1983, 1992.